Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала))

Кафедра информационных систем и математического моделирования

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры информационных систем и математического моделирования
Протокол от «02» сентября 2019 г. №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.09Теория вероятностей и математическая статистика

(индекс и наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

ТВМС

(краткое наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)

38.03.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

«Финансы и кредит»

(направленность(и) (профиль (и)/специализация(ии)

Бакалавр

(квалификация)

Очная, заочная

(форма(ы) обучения)

Год набора –2020

Волгоград, 2019 г.

Автор – составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры
информационных систем и математического моделирования СавушкинА.Ю.

Заведующий кафедрой

информационных систем и
математического моделирования
канд. технических наук, доцент Астафурова О.А.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.09 «Теория вероятностей и математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК – 3	Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.	ОПК-3.2.3	Построение теоретико-вероятностных моделей экономических явлений и процессов. Оценка качества модели. Прогноз. Контроль. Анализ возможных зависимостей между экономическими факторами.
		ОПК-3.3.1	Проведение статистических исследований в области профессиональной деятельности. Анализ и интерпретация полученных результатов, обоснование выводов.

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Формирование трудовых функций, связанных с разработкой финансового плана для клиента и целевого инвестиционного портфеля, финансовым консультированием по широкому спектру финансовых услуг. (Приказ Минтруда России от 09.03.2015 N 167н).	ОПК-3.2.3	Владеет основными понятиями комбинаторики; базовыми основами теории вероятностей и математической статистики.
		Применяет стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач
		Демонстрирует владение аналитическими приемами вероятностного анализа, методиками проведения расчетов, включая применение асимптотических методов, навыками проведения корреляционно регрессионного анализа при решении задач из экономической практики.
	ОПК-3.3.1	Владеет теоретическими положениями математической статистики, основами методики применения статистических методов.
		Обосновывает аналитические результаты выборочного анализа в терминах качественного поведения случайных величин, статистических критериев и статистических оценок, рассчитывать численные значения теоретически обоснованных процедур.
		Демонстрирует владение аналитическими приемами статистического анализа, основами математико-статистического инструментария экономических исследований.

2.Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части учебного плана, входит в математический и естественнонаучный учебный цикл. Освоение дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении курсов Б1.Б.07«Математический анализ» и Б1.Б.08 «Линейная алгебра» (основные положения математического анализа в целом, дифференциального и интегрального исчисления, основы линейной алгебры), в свою очередь «Теория вероятностей и математическая статистика» является основой при изучении таких дисциплин, как Б1.Б.20 «Статистика», Б1.Б.13 «Эконометрика», Б1.Б.10 «Методы оптимальных решений».

В соответствии с учебным планом дисциплина изучается в течение второго и третьего семестров общим объемом 216 часов (6 ЗЕТ).По очной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 90 часов, на самостоятельную работу – 90 часов и на контроль 36 часов.По заочной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 24 часа, на самостоятельную работу – 179 часов и на контроль 13 часов.

Формами промежуточной аттестации являются зачет и контрольная работа вовтором семестре, экзамен и контрольная работа в третьемсеместре по завершению изучения курса.

3. Содержание и структура дисциплины«Теория вероятностей и математическая статистика»

Структура дисциплины.

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Очная форма обучения							
II – семестр							
Тема 1. Предмет и основные понятия теории вероятностей. Элементы комбинаторики.	8	2	2	–	–	4	О, РЗ
Тема 2. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Алгебра событий. Геометрические вероятности.	10	4	2	–	–	4	О, РЗ, РК
Тема 3. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	8	2	2	–	–	4	Кр
Тема 4. Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события. Предельные теоремы. Цепи Маркова.	10	2	2	–	–	6	О, РЗ
Тема 5. Дискретная случайная величина.	10	2	2	–	–	6	О, РЗ, Т
Тема 6. Непрерывная случайная величина. Аналитическое представление. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	14	4	4	–	–	6	О, РЗ
Тема 7. Классические законы распределения случайных величин. Биномиальный закон. Равномерное и показательное распределения. Нормальная случайная величина.	12	4	2	–	–	6	РЗ, Кр

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Промежуточная аттестация							Зачет
ИТОГО за I семестр	72	20	16			36	
III – семестр							
Тема 8. Центральные предельные теоремы теории вероятностей.	12	2	4	–	–	6	О, РЗ, РК
Тема 9. Математические операции над случайными величинами. Функция случайной величины.	14	2	4	–	–	8	О, РЗ
Тема 10. Многомерные случайные величины.	14	2	4	–	–	8	Кр
Тема 11. Математическая статистика. Выборочный анализ.	14	2	4	–	–	8	О, РЗ
Тема 12. Статистические оценки параметров распределения. Доверительные оценки. Проверка статистических гипотез.	18	4	6	–	–	8	О, РЗ, Т
Тема 13. Корреляционно-регрессионный анализ. Двухфакторная линейная регрессия.	18	4	6	–	–	8	, Кр
Тема 14. Множественная регрессия. Нелинейная регрессия.	18	4	6	–	–	8	О, РЗ, РК
Промежуточная аттестация	36			–	–		**Экзамен**
ИТОГО за III семестр:	144	20	34	–	–	54	36
ИТОГО за курс:	**216**	**40**	**50**	–	–	**90**	**36**
Заочная форма обучения							
1 – Курс							
Тема 1. Предмет и основные понятия теории вероятностей. Элементы комбинаторики.	9		1			8	О, РЗ
Тема 2. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Алгебра событий. Геометрические вероятности.	9	1				8	О, РЗ

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Тема 3. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	10		2			8	О, РЗ
Тема 4. Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события. Цепи Маркова. Предельные теоремы.	9		1			8	О, Кр
Тема 5. Дискретная случайная величина.	10	1	1			8	О, РЗ
Тема 6. Непрерывная случайная величина. Аналитическое представление. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	11	1	2			8	О, РЗ
Тема 7. Классические законы распределения случайных величин. Биномиальный закон. Равномерное и показательное распределения. Нормальная случайная величина.	10	1	1			8	Кр
Промежуточная аттестация	4						Зачет
ИТОГО за 1курс	**72**	**4**	**8**			**56**	**4**
2 – Курс							
Тема 8. Центральные предельные теоремы теории вероятностей.	19		1	–	–	18	О, РЗ
Тема 9. Математические операции над случайными величинами. Функция случайной величины.	20	1	1	–	–	18	О, РЗ
Тема 10. Многомерные случайные величины.	20	1	1	–	–	18	О, РЗ
Тема 11. Математическая статистика. Выборочный анализ.	18	1		–	–	17	О, РК

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Тема 12. Статистические оценки параметров распределения. Доверительные оценки. Проверка статистических гипотез.	19	1	1	–	–	17	О, РЗ
Тема 13. Корреляционно-регрессионный анализ. Двухфакторная линейная регрессия.	19	1	1	–	–	17	Кр
Тема 14. Множественная регрессия. Нелинейная регрессия.	20	1	1	–	–	18	О, РЗ, РК
Промежуточная аттестация	9			–	–		**Экзамен**
ИТОГО за 2 курс:	144	6	6	–	–	123	9
ИТОГО за два курса:	**216**	**10**	**14**	**–**	**–**	**179**	**13**

Примечание: 1 – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (Кр), решение задач (РЗ), решение кейсов (РК).

Содержание дисциплины.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1.	Предмет и основные понятия теории вероятностей. Элементы комбинаторики.	Классическая теория вероятностей. Краткая историческая справка. Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Введение в теорию вероятностей – элементы комбинаторики. Основные модели и формулы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.
Тема 2.	Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Алгебра событий. Геометрические вероятности.	Классификация событий в теории вероятностей. Классическая формула определения вероятности. Геометрические вероятности. Задача о встрече. Игла Бюффона. Сумма событий. События совместные и несовместимые. Теорема сложения вероятностей несовместимых событий. Противоположные события и соотношение между вероятностями противоположных событий. Произведение событий. События зависимые и независимые. Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Следствия теорем сложения и умножения: теорема «про хотя бы»; теорема сложения вероятностей для двух совместимых событий.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 3.	Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Полная группа событий. Зависимые события. Теорема умножения вероятностей для зависимых событий. Гипотезы. Решение задач в условиях неопределенности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
Тема 4.	Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события. Цепи Маркова. Предельные теоремы.	Повторные независимые испытания; последовательность независимых испытаний. Вывод формулы Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в серии повторных независимых испытаний. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Нормированная функция Гаусса и её основные свойства. Формула Пуассона. Интегральная теорема Лапласа. Функция Лапласа и ее свойства.Первоначальные сведения о цепях Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова.
Тема 5.	Дискретная случайная величина.	Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины и их описание. Закон распределения дискретной случайной величины. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Интегральная функция распределения; свойства функции распределения; график. Построение интегральной функции распределения для дискретных случайных величин. Интегральная функция как аналитическая форма закона распределения случайных величин.
Тема 6.	Непрерывная случайная величина. Аналитическое представление. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	Дифференциальная функция распределения или плотность распределения вероятностей; свойства плотности распределения вероятностей. Связь интегральной и дифференциальной функций распределения вероятностей. Понятие числовых характеристик случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение. Мода, медиана случайной величины. Формулы вычисления числовых характеристик для дискретных и непрерывных случайных величин. Аналитические и структурные характеристики случайных величин. Основные свойства математического ожидания и дисперсии.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 7.	Классические законы распределения случайных величин. Биномиальный закон. Равномерное и показательное распределения. Нормальная случайная величина.	Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины. Числовые характеристики. Равномерное и показательное распределения непрерывных случайных величин. Интегральные и дифференциальные функции распределений, их графики. Вывод числовых характеристик. Нормальное распределение непрерывной случайной величины: нормально распределённая случайная величина; зависимость кривой нормального распределения от величины математического ожидания и среднего квадратического отклонения случайной величины; вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал; вероятность заданного отклонения нормально распределённой случайной величины от её среднего значения; правило трёх сигм и его графическое представление.
Тема 8.	Центральные предельные теоремы теории вероятностей.	Закон больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева. Теорема Ляпунова. Принцип устойчивости средних.
Тема 9.	Математические операции над случайными величинами. Функция случайной величины.	Различны алгебраические операции над случайными величинами: *сумма, разность, произведение случайных величин*. Функция случайной величины. Числовые характеристики.
Тема 10.	Многомерные случайные величины.	Определение многомерной случайной величины. Построение закона распределения двумерного случайного вектора. Условные законы распределения. Ковариация, основные свойства. Коэффициент корреляции, основные свойства.
Тема 11.	Математическая статистика. Выборочный анализ.	Математическая статистика. Предмет математической статистики. Две основные задачи математической статистики.Выборочный метод наблюдения. Генеральная и выборочная совокупности. Основные виды выборок. Репрезентативная выборка. Статистическое распределение выборки. Статистическая функция распределения. Основные показатели генеральной совокупности. Основные показатели выборочной совокупности. Вариационный ряд. Графическое представление вариационного ряда. Полигон. Гистограмма. Выборочные характеристики статистического распределения. Выборочная средняя. Выборочная дисперсия. Выборочное среднеквадратическое отклонение. Мода, размах выборки, медиана. Коэффициент вариации.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 12.	Статистические оценки параметров распределения. Доверительные оценки. Проверка статистических гипотез.	Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки. Качество точечных оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Исправленная выборочная дисперсия. Интервальные оценки. Доверительные интервалы и доверительные вероятности. Доверительная вероятность при оценке неизвестного математического ожидания. Доверительный интервал и его статистический смысл. Принцип практической невозможности маловероятных событий при однократном проведении эксперимента. Проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Выбор критерия. Ошибка первого рода. Ошибка второго рода. Критерий χ^2 и его применение.
Тема 13.	Корреляционно-регрессионный анализ. Двухфакторная линейная регрессия.	Статистическая зависимость. Понятие корреляционной и функциональной зависимости. Метод наименьших квадратов. Определения параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратической регрессии. Коэффициент линейной корреляции Пирсона.
Тема 14.	Множественная регрессия. Нелинейная регрессия.	Множественная регрессия. Линейная регрессия с двумя переменными. Параметризация модели. Коэффициент множественной корреляции. Регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам (полиномы разных степеней, равносторонняя гипербола). Регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам (степенная, показательная, экспоненциальная).

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины.

Самостоятельная работа является неотъемлемым элементом учебного процесса. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение кейсов, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине Б3.Б.09«Теория вероятностей и математическая статистика» включает следующие виды работ:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
1.	Элементы комбинаторики.	Основные задачи и формулы комбинаторики.	О, РЗ	О, РЗ
2.	Дискретная СВ.	Определение. Способы задания. Закон распределения. Аналитические и структурные числовые характеристики. Основные свойства.	О, РЗ, РК	О, РЗ
3.	Непрерывная СВ.	Определение. Способы задания. Закон распределения. Аналитические и структурные числовые характеристики. Основные свойства.	Кр	О, РЗ
4.	Непрерывная случайная величина	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Определение функции распределения, её свойства и график. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нормальное распределение. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Показательное распределение. Функция надёжности и показательный закон надёжности.	О, РЗ	О, Кр
5.	Статистическое оценивание.	Основные понятия. Свойства точечных оценок. Точечные оценки числовых характеристик. Понятие об интервальном оценивании. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.	О, РЗ, Т	О, РЗ

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
6.	Проверка статистических гипотез	Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Ошибки, допускаемые при проверке гипотез. Применение критерия Пирсона для проверки гипотезы о виде закона распределения случайной величины. Проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной СВ. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных СВ. Проверка гипотез о равномерном и показательном законах распределения СВ.	О, РЗ	О, РЗ
7.	Корреляционный анализ	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Корреляционная зависимость. Две основные задачи теории корреляции. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным. Корреляционная таблица. Коэффициент линейной корреляции Пирсона.	РЗ, Кр	Кр
8.	Регрессионный анализ	Элементы регрессионного анализа. Построение эмпирического уравнения регрессии. Проверка адекватности построенного уравнения регрессии выборочным данным.	О, РЗ, РК	РЗ, РК

4. Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- ✓ – при проведении занятий лекционного типа: опрос;
- ✓ – при проведении практических занятий: устный опрос, решение задач, тестирование, кейс – задачи.

Текущая аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в форме оценки и анализа результатов выполнения студентами соответствующих практических заданий, контрольных работ и тестов по соответствующим темам курса.

<u>Объектами оценивания выступают:</u>

- ◇ учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- ◇ степень усвоения теоретических знаний;
- ◇ уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- ◇ результаты самостоятельной работы.

Фонд текущего контроля включает:

- → теоретический опрос;
- → решение типовых задач;
- → тестирование;
- → решение кейс – задач;
- → выполнение контрольных работ.

4.1.2. Промежуточные аттестации проводится в формах: **зачета** + контрольная работа (2 – семестр), **экзамена** + контрольная работа (3 – семестр)**.**

К сдаче экзамена по дисциплине допускаются студенты, получившие не меньше 60 баллов при текущей аттестации. При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомиться с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов обзорных лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы, и практические навыки, освоенные при решении задач в течение семестра.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Тема 1-2.

Рассматриваемые вопросы:

1. Задача о подсчете числа сочетаний.
2. Задача о подсчете числа размещений.
3. Теорема сложения и умножения в комбинаторике.
4. Перестановки. Размещения с повторениями. Сочетания с повторениями.
5. Классическая формула вероятности.
6. Основные формулы комбинаторики.
7. Теорема сложения вероятностей событий.
8. Независимые события. Теорема умножения вероятностей.
9. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей событий.

Практические задания:

I. Комбинаторика.

1. Найдите количество различных комбинаций при составлении пароля из 5 цифр, если все цифры различны. Сколько часов или дней займет подбор пароля из 5 различных цифр, если на один вариант уходит одна минута? (10! / 5! = 30240, 504 часа или 21 день).

2. Найдите количество всех вариантов:
   1) для назначения 6 человек на 6 должностей;
   2) при выборе из 6 человек 2 или 4 для поощрения (одинаковая денежная премия);
   3) при составлении шифра камеры хранения (1буква из 30 и 4 различные цифры из 10).

3. Сколько вариантов существует при выборе пары ведущих КВН (1 девушка и 1 юноша) из группы 10 студенток и 12 студентов? (10*12 = 120)
4. Сколько состояний (кодов) у одного байта?
5. Найти число различных решений уравнения $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$ в неотрицательных целых числах. (Число решений уравнения $x_1 + x_2 + ... + x_k = n$ в неотрицательных целых числах равно C_{n+k-1}^{n}).
6. Найти число различных решений уравнения $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$ в натуральных числах. (Число различных решений уравнения $x_1 + x_2 + ... + x_k = n$ в натуральных числах равно C_{n-1}^{k-1}).
7. Студенты института изучают в каждом семестре по десять дисциплин. В расписание занятий включаются каждый день по 3 дисциплины. Сколько различных расписаний может составить деканат?
8. Сколько диагоналей у выпуклого 20 – угольника?
9. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1,2, 3, 4, 5, если: а) ни одна из цифр не повторяется более одного раза; б) цифры могут повторяться; в) числа должны быть нечетными (цифры могут повторяться)?
10. Найти сумму всех трехзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4.
11. В фирме работают 5 мужчин и 4 женщины. Сколькими способами можно избрать 2 мужчин и 3 женщин для организации праздничного мероприятия.

II. Классическое определение вероятности.

12. Бросают игральный кубик. Какова вероятность того, что на верхней грани выпадет не менее пяти очков.

13. Представьте через элементарные следующие события и найдите их вероятность: 1) А={выпадение четного числа очков при двукратном бросании кубика}; 2) В={выпадение не более шести очков при двукратном бросании кубика}; 3) С={выпадение семи очков при двукратном бросании кубика}; 4) D={выпадение трех «гербов» при четырехкратном бросании монеты}; 5) Е={выпадение не более двух «гербов» при четырехкратном бросании монеты}; 6) F={выпадение не менее четырех «гербов» при четырехкратном бросании монеты}.

14. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найдите вероятность того, что номер первого случайным образом извлеченного жетона не содержит цифры 5.

15. Подбрасываются два игральных кубика. Найдите вероятности следующих событий: A = {числа очков на обоих кубиках совпадают}, B = {число очков на первом кубике больше, чем на втором}, C = {сумма очков четна}, D= {сумма очков больше двух}.

16. Подбрасываются 2 игральных кубика. Найдите вероятности следующих событий: A= {сумма выпавших очков делится на 6}, B= {сумма выпавших очков четная, причем на грани хотя бы одного кубика проявилась цифра 6}, C= {сумма выпавших очков равна 7}, D= {сумма выпавших очков равна 8}, E= {сумма выпавших очков равна 6}.
17. У супружеской четы было 4 ребенка. Выписать пространство элементарных событий и Найдите вероятности следующих событий: A= {4 мальчика}, B= {4 девочки}, C= {2 мальчика и 2 девочки}, D= {3 мальчика и 1 девочка}, E= {1 мальчик и 3 девочки}.
18. В группе 30 студентов. Из них 12 юношей, остальные – девушки. Известно, что к доске должны быть вызваны двое студентов. Какова вероятность того, что это девушки?
19. В бригаде, состоящей из 4 женщин и 3 мужчин, разыгрываются 2 билета в театр. Какова вероятность того, что обладателями билетов окажутся женщины?
20. Брошены 3 монеты. Найдите вероятность того, что: а) выпадут два «герба»; б) первая монета выпадет «гербом» вверх.
21. Студент знает 10 вопросов из 20. Найдите вероятность того, что ему достанется билет из известных вопросов, если в билете: 1) один вопрос; 2) два вопроса; 3) три вопроса.
22. Из корзины, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара извлекают один шар. Найти вероятность, что он - белый. Извлекают 3 шара. Найти вероятность того, что среди них окажутся:А)Один белый; Б) Два белых; В) Три белых; Г) Хотя бы один белый.
23. В 10 экзаменационных билетах содержатся по 2 вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 15 вопросов. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить на один вопрос. {0,95}
24. В партии из 10 изделий 7 - стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей ровно 4 - стандартные. {0,5}
25. Из 10 билетов лотереи выигрышными являются два. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов выигрышными окажутся один или два. {0,78}
26. Из 10 человек в группе два студента изучают английский, пять – французский, три – немецкий язык. Случайным образом выбрали 5 человек на конференцию. Найдите вероятность того, что среди выбранных: а) два студента изучают французский язык; б) три студента изучают немецкий язык.

III. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

27. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 4, либо 5, либо тому и другому одновременно.
28. В барабане 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу извлечены 2. Вычислить вероятность того, что оба они белые. {0,2}
29. Вероятность попасть в цель для первого снайпера 0,8; для второго - 0,9; для третьего - 0,7. Найти: А) Вероятность одного попадания; Б) Вероятность двух попаданий; В) Вероятность хотя бы одного попадания.
30. Вероятность безотказной работы в течение гарантированного срока составляет для пылесоса - 0,8 и для холодильника - 0,95. Какова вероятность того, что в течение срока гарантии окажутся работоспособными: а) оба прибора; б) один прибор.
31. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос 0,9; на второй - 0,7; третий - 0,4. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно правильно ответить на два вопроса.

32. Охотник выстрелил три раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в неё в начале стрельбы равна 0,8; а после каждого выстрела уменьшается на 0,2. Найти вероятность того, что он попадает два раза.

Тема 3.

Рассматриваемые вопросы:

1. Полная группа событий. Вероятности гипотез.

2. Формула полной вероятности.

3. Формула Байеса.

Практические задания:

1. В пирамиде 10 винтовок [6 с оптическим прицелом и 4 без оптики]. Вероятность поразить цель для винтовок соответственно 0,8 и 0,3. Из случайно выбранной винтовки произведен выстрел. Найти вероятность поражения цели.
2. На склад поступили изделия с трех заводов [40% с первого; 35% со второго и 25% с третьего]. На первом заводе было изготовлено 90% изделий первого сорта, на втором - 80%, на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятое наугад изделие первого сорта. { 0,815 }
3. В корзину [2 белых и 1 черный шаров] доложили один шар. После чего из неё наугад извлекли один шар. Найти вероятность того, что он белый, если первоначально мог быть доложен любой шар.
4. Из пяти стрелков двое попадают в цель с вероятностью 0,6 и трое с вероятностью 0,4. Что вероятнее: попадет в цель наудачу выбранный стрелок или нет.
5. В группе из 25 человек, среди которых три отличника, 15 хорошистов, 7 троечников необходимо сдать зачет. Вероятность успешно сдать зачет для отличника 0,9; для хорошиста – 0,8; для троечника – 0,6. Вызванный наугад студент не сдал зачет. Какова вероятность того, что он хорошист.
6. В группе из 200 мужчин и 300 женщин 5% мужчин и 3% женщин страдают бронхитом. Наугад выбранное для обследования лицо страдает бронхитом. Какова вероятность того, что это женщина.
7. Из 20 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 8 – с вероятностью 0,7 и остальные с вероятностью – 0,4. Наудачу выбранный стрелок попал в мишень. К какой группе вероятнее всего он принадлежит.
8. В одной из трех корзин 6 белых и 4 черных шара, во второй 7 белых и 3 черных, в третьей – 8 черных. Наугад выбирают одну из трех корзин и из неё шар. Он черный. Найти вероятность того, что шар из второго ящика.
9. Одна и та же контрольная работа была проведена в трех группах. В первой группе, где 30 студентов, оказалось 8 работ, выполненных на "отлично". Во второй, где 28 студентов, — 6 работ; в третьей, где 27 студентов — 9 работ. Найти вероятность того, что первая взятая наудачу при повторной проверке контрольная из работ, принадлежащих группе, которая также выбрана наудачу, окажется выполненной на "отлично".
10. В двух залах кинотеатра идут два различных фильма. Вероятность того, что на определенный час в кассе первого зала есть билеты, равна 0,3, в кассе второго зала — 0,4. Какова вероятность того, что на данный час в первой кассе есть билеты, а во второй — нет?

11. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число).
12. На первом заводе на каждые 100 лампочек 90 стандартных, на втором – 95, на третьем – 85, а продукция их составляет соответственно 50%, 30%, 20% всех электролампочек, поставляемых в магазины данного района. Найти вероятность приобретения стандартной электролампочки.
13. Известно, что 40% людей имеют первую группу крови, 30% – вторую, 20% – третью и 10% – четвертую. Больному с первой группой можно переливать только кровь первой группы, со второй – кровь первой и второй групп, с третьей – кровь первой и третьей групп, и человеку с четвертой группой можно переливать кровь любой группы. Какова вероятность того, что произвольно взятому больному можно перелить кровь произвольно выбранного донора?
14. В классе 10 девочек и 15 мальчиков. Наугад выбрали одного человека. Половина мальчиков, одна четверть девочек могут перепрыгнуть планку на высоте 1,5 метра. Выбранный человек преодолел планку. С какой вероятностью человек преодолел планку?
15. В программе осеннего семестра 2 зачета и 4 экзамена. Чтобы получить стипендию необходимо успеть сдать все зачеты в зачетную сессию и не получить на экзаменах ни одной тройки. Вероятность сдачи любого зачета в зачетную сессию 0,9; а вероятность получить тройку на экзамене для любого предмета 0,3. С какой вероятностью студент получит стипендию?
16. Вероятность отказа механизма открывания дверей 0,1. Вероятность отказа сигнализации 0,2. Если хотя бы одно из этих устройств отказало, то дверь в офисе не открывается для гостей. Посетителя не пустили в офис. С какой вероятностью это случилось по техническим причинам.
17. В патронташе 20 патронов. Из них 5 с мелкой дробью, 5 с картечью и 10 с пулями. Охотник видит птицу, достает наугад один из патронов и стреляет. Вероятность попадания при выстреле пулей 0,05; картечью 0,1; дробью 0,6. Охотник попал в цель. С какой вероятностью он стрелял пулей?
18. Для некоторой древней цивилизации вероятность появления эпидемии 0,1; засухи 0,2; гражданской войны 0,1. Для гибели цивилизации необходимо действие не менее двух из этих факторов. Известно, что цивилизация погибла в год X. С какой вероятностью в этот год не было эпидемии?
19. Вероятность отказа фонарика с лампой накаливания 0,1. Вероятность отказа светодиодного фонарика 0,05. Вероятность, что не загорится свечка 0. В коробке было 3 светодиодных фонарика, 6 фонариков с лампой накаливания и одна свечка. В поход с ночевкой взяли один из предметов, лежавших в коробке. Ночью света не было. С какой вероятностью была взята свечка?
20. В кинотеатре мультиплексе на 5 сеансах идет фильм ужасов, на 3 сеансах комедия, на 4 - мелодрама. Двое влюбленных пришли в кинотеатр и купили билеты на первый попавшийся сеанс. В кино они поцелуются с вероятностью 0,5; если они попали на комедию. Вероятность поцелуя 0,3; если на сеансе мелодрама. На фильме ужасов не целуются. Влюбленные поцеловались. С какой вероятностью они были на мелодраме?
21. Известно, что 30% людей имеют первую группу крови, 35% – вторую, 25% – третью и 10% – четвертую. Больному с первой группой можно переливать только кровь первой группы, со второй – кровь первой и второй групп, с третьей – кровь первой и третьей групп, и человеку с четвертой группой можно переливать кровь любой группы. Какова вероятность того, что произвольно взятому больному можно перелить кровь произвольно выбранного донора?

Тема 4.

Рассматриваемые вопросы:

1. Схема и формула Бернулли.

2. Определение наивероятнейшего числа появлений события в серии из n независимых испытаний.

3. Локальная теорема Муавра-Лапласа.

4. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

5. Асимптотическая формула Пуассона.

Практические задания:

1. Монета бросается 5 раз. Найти вероятность того, что герб появится трижды.

2. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при 4 независимых выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

3. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при двух выстрелах 0,64. Найти вероятность трех попаданий при пяти выстрелах.

4. В цехе работают 4 станка, причем вероятность остановки в течение часа для каждого из них одна и та же и равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение часа остановятся не менее трех станков.

5. Вероятность наступления события в одном испытании 0,25. Вероятности наступления одного события и одного события в серии испытаний равны. Сколько испытаний в серии?

6. Вероятность наступления события в испытании 0,5. Сколько испытаний нужно провести, чтобы вероятность того, что наступит более 2-х событий, была равна 0,5?

7. Вероятность наступления не более чем двух событий в серии из 3-х испытаний равна 0,984375. Какова вероятность наступления события в одном испытании?

8. Вероятность того, что событие не наступит в одном испытании, равна 0,6. Сколько испытаний нужно провести, чтобы вероятность наступления 2-х событий была равна 0,288.

9. Вероятность изготовления пальто высшего качества на швейной фабрике 0,6. Изготовлено 600 пальто. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего качества и вероятность этого события. Найти вероятность того, что изделий высшего качества будет не более 400.

10. Вероятность получения дивидендов по акции 0,8. Найти вероятность того, что дивиденды принесут не менее 120 акций из 144.

11. С вероятностью 0,8 орудие при выстреле поражает цель. Произведено 1600 выстрелов. Найти наивероятнейшее число попаданий. Найти вероятность того, что число попаданий будет в интервале от 1000 до 1500.

12. Найти вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет 130, если всхожесть семян оценивается с вероятностью 0,75. {0,036}

13. Вероятность нарушения точности в сборке прибора составляет 0,2. Найти наиболее вероятное число точных приборов в партии из 9 штук. {7,8}

14. Найти вероятность того, что событие наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,2. {0,05}

15. Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 деталей проверку не пройдут от 70 до 100 штук. {0,8882}

16. Садовод сделал осенью шесть прививок. По опыту прошлых лет известно, что после зимовки семь из каждых десяти прививок оставались жизнеспособными. Какое число прижившихся прививок наиболее вероятно?

17. Вероятность того, что сошедшая с конвейера деталь стандартная, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 400 сошедших с конвейера деталей 356 окажутся стандартными.

18. Известно, что при контроле бракуется 10% изделий. На контроль отобрано 625 изделий. Какова вероятность того, что среди отобранных не менее 550 и не более 575 стандартных изделий?

19. Вероятность попадания в кольцо при штрафном броске для баскетболиста равна 0,8. Сколько надо произвести бросков, чтобы наивероятнейшее число попаданий было равно 20?

20. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,3. Найти число испытаний n, при котором наивероятнейшее число появлений события в этих испытаниях будет равно 30.

21. Чему равна вероятность p наступления события в каждом из 49 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равно 30?

22. Город ежедневно посещает 1000 туристов, которые днем идут обедать. Каждый из них выбирает для обеда один из двух городских ресторанов с равными вероятностями и независимо друг от друга. Владелец одного из ресторанов желает, чтобы с вероятностью приблизительно 0,99 все пришедшие в его ресторан туристы могли там одновременно пообедать. Сколько мест должно быть для этого в его ресторане?

23. Имеется общество из 500 человек. Найти вероятность того, что у двух человек день рождения придется на Новый год. Считать, что вероятность рождения в фиксированный день равна 1/365. **Ответ:** $P \approx 0{,}2385$.

24. Радиоаппаратура состоит из 2000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение года равна 0,001. Какова вероятность отказа двух элементов за год? Какова вероятность отказа не менее двух элементов за год? **Ответ:** $P \approx 0{,}2707$; $P \approx 0{,}594$.

25. Завод отправил в магазин 5000 лампочек. Вероятность того, что лампочка разобьется при транспортировке равна 0,0002. Найти вероятность того, что в магазин привезли не более трех разбитых лампочек. **Ответ:** $P \approx 0{,}951$.

Тема 5-6.

Рассматриваемые вопросы:

1. Понятие дискретной случайной величины.
2. Закон распределения. Табличная форма (ряд распределения). Многоугольник распределения (графическая форма). Интегральная функция распределения вероятностей (аналитическая форма).
3. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение.
4. Понятие непрерывной случайной величины.
5. Закон распределения. Интегральная функция распределения вероятностей. Дифференциальная функция распределения вероятностей (плотность распределения).
6. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение.

7. Мода, медиана.

Практические задания:

Дискретные случайные величины.

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения случайной величины ***X*** – число стандартных деталей среди отобранных. Построить многоугольник распределения. Найти *F(x)*.
2. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны 3 детали. Составить закон распределения случайной величины **X** – число стандартных деталей среди отобранных.
3. Студенту для сдачи экзамена необходимо ответить на билет, содержащий два вопроса. Вероятность того, что он знает первый вопрос **0,8**; второй **0,6**. Составить закон распределения случайной величины **X** – число вопросов, на которые ответит студент. Найти и построить график *F(x)*.
4. В корзине находятся 4 белых и 2 черных шаров. Случайным образом извлекаются два. Найти закон распределения случайной величины **X** – количество белых шаров среди извлеченных. ***F(x), M(x), D(x)***.
5. Рассматривается случайная величина **X** – число появлений события в двух независимых испытаниях. ***M(x)=1,2***. ***Найти p*** и ***D(x)***, если вероятность события в каждом из испытаний постоянна.
6. Дискретная случайная величина X представлена табличной формой закона распределения:

X_i	-4	6	10
P_i	0,2	0,3	0,5

Вычислить ***M(x), D(x), σ(x).*** Построить график ***F(x)***.

7. Дискретная случайная величина представлена рядом распределения:

X_i	$x_1=4$	$x_2=6$	$x_3=?$
P_i	$p_1=0,5$	$p_2=0,3$	$p_3=?$

Найти ***x₃***, ***p₃***, если ***M(x)=8***.

8. Дискретная случайная величина принимает два значения, причем $x_1<x_2$. Найти закон распределения случайной величины ***X***, если ***M(x)=1,4; D(x)=0,24***; $p_1 = 0,4$.
9. Известны возможные значения дискретной случайной величины ***X:*** $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=1$. Известно, что ***M(x)=0,1*** и ***D(x)=0,89***. ***Найти*** p_1, p_2, p_3.
10. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение для случайной величины X, заданной рядом распределения:

X	3	5	7	9
P	0,4	0,3	0,2	0,1

Непрерывные случайные величины.

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0\\ \frac{1}{8}x^3,\text{ если } 0<\mathrm{x}\le 2\\ 1,\text{ при } \mathrm{x}>2\end{cases}$$ Найти ***f(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(1<X<3)–?.

2. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 1\\ \frac{1}{2}(x^2-x),\text{ если } 1<\mathrm{x}\le 2\\ 1,\text{ при } \mathrm{x}>2\end{cases}$$ Найти ***f(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(X<3/2) – ?.

3. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 0\\ cx^2,\text{ если } 0<\mathrm{x}\le 3\\ 1,\text{ при } \mathrm{x}>3\end{cases}$$ Найти ***f(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(1<X<3)–?.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 1\\ x-\frac{1}{2},\text{ если } 1<\mathrm{x}\le 2\\ 0,\text{ при } \mathrm{x}>2\end{cases}$$ Найти ***F(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(0<X<3/2) – ?.

5. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le -1\\ c,\text{ если -}1<\mathrm{x}\le 1\\ 0,\text{ при } \mathrm{x}>1\end{cases}$$ Найти ***c, F(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(X<0) – ?.

6. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности:

$$f(x)=\begin{cases}0,\text{ при } x\le 4\\ c(x-4),\text{ если } 4<\mathrm{x}\le 6\\ 0,\text{ при } \mathrm{x}>6\end{cases}$$ Найти ***c, F(x), M(x), D(x), σ(x)***. Построить графики ***F(x)*** и ***f(x)***.

P(X>5) – ?.

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*, заданной функцией плотности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ 3x^2, & -1<x\le 0\cdot\\ 0, & x>0\end{cases}$$

8. Случайная величина *X* подчинена закону распределения с плотностью *f*(*x*), причем *a* неизвестно:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$ Найти: 1 Коэффициент *a*;2. P(1<X<2)

9. Функция распределения случайной величины *X* задана выражением

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{4}, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$ Найти функцию плотности.

10. Функция распределения случайной величины X задана выражением

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ 1+a(1-x)^2, & -1<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$ Найти ***a***, функцию плотности и все числовые характеристики.

11. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем a неизвестно:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \dfrac{a}{x^4}, & x>1\end{cases}$$ Найти: Коэффициент ***a***, функцию распределения и все числовые характеристики.

Тема 7.

Рассматриваемые вопросы:

1. Определение биномиального закона распределения дискретной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
2. Геометрическое распределение дискретной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
2. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
3. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины. Свойства. Числовые характеристики.
4. Нормальный закон распределения. Кривая Гаусса. Числовые характеристики. Основные свойства. Правило трех сигм.

Практические задания:

Биномиальный закон распределения ДСВ.

Задание 1. Среднее квадратичное отклонение случайной величины, распределенной по биномиальному закону, равно 4. Количество испытаний равно 100. Найти вероятность наступления события в одном испытании.

Задание 2. Вероятность наступления события в одном испытании 0,5. Дисперсия количества наступивших событий равна 8. Сколько проведено испытаний?

Задание 3. Среднее квадратичное отклонение количества выпавших решек равно 20. Сколько испытаний проведено?

Геометрический закон распределения ДСВ.

Задание 1. Игральная кость подбрасывается до первого появления цифры 1. Определить все числовые характеристики *M (X), D (X)* , σ*(X)*для случайной величины *X*-числа осуществляемых подбрасываний.

Задание 2. Охотник-любитель стреляет из ружья по неподвижной мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле является величиной постоянной и равна ***0,4***. Стрельба по мишени ведется до первого попадания. Определить числовые характеристики числа израсходованных охотником патронов.

Задание 3. X – подчинена геометрическому закону.*D (X)=10/9*. Найти *p, q*,*M (X)*.

Равномерное распределение.

1. Некто ожидает телефонный звонок между 19.00 и 20.00. Время ожидания звонка есть непрерывная случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке [19;20]. Найти вероятность того, что звонок поступит в промежутке от 19 час. 22 мин. до 19 час. 46 мин.
2. Случайная величина X распределена равномерно и имеет следующие числовые характеристики $M(x)=2,\ D(x)=3.$ Найти $F(x), f(x)$, построить графики.
3. Про случайную величину X известно, что $X \sim R[4,7].$ Найти:

   $a)\ f(x);\ b)\ P\{X \in (6;6,81)\};\ c)\ M(x), \sigma(x).$

Показательный закон распределения.

4. Время T выхода из строя радиостанции подчинено показательному закону распределения с плотностью: $f(t)=\begin{cases} 0,2\cdot e^{-0,2t}, & при\ \ t\ge 0, \\ 0, & при\ \ t<0. \end{cases}$ Найти: функцию распределения $F(t)$; математическое ожидание и дисперсию случайной величины T; вероятность того, что радиостанция сохранит работоспособность от 1 до 5 часов работы.
5. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda=0,4.$ Найти интегральную и дифференциальную функции распределения, а также вероятность попадания значений случайной величины в интервал (0,25;5).

6. Случайная величина $\boldsymbol{X}$, равная длительности работы элемента, имеет плотность распределения $\boldsymbol{f(t)} = 0{,}003 \cdot \boldsymbol{e}^{-0{,}003\boldsymbol{t}}, \boldsymbol{t} \geq 0.$ Найти среднее время работы элемента и вероятность того, что элемент проработает не менее 400 часов.
7. Средняя продолжительность телефонного разговора составляет 3 мин. Найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут.
8. Установлено, что время ремонта телевизора есть НСВ, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не более 6 дней, если среднее время ремонта составляет 3 дня.

Нормальный закон распределения.

9. Нормальная случайная величина задана числовыми характеристиками: ***M(x)=10***, $\boldsymbol{\sigma}$***(x)=4***.

   Найти: **f(x); P(2<X<13); P(** $(|X-a|<10)$.

10. Нормальная случайная величина задана числовыми характеристиками: ***M(x)=15***, $\boldsymbol{\sigma}$***(x)=2***.

    Найти: **f(x); P(10<X<17); P(** $(|X-a|<3)$.

11. Случайная величина распределена нормально с параметрами a= 8, σ= 3. Найти вероятность того, что случайная величина в результате опыта примет значение, заключенное в интервале (12,5;14).
12. Считается, что отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Стандартная длина (математическое ожидание) a= 40 *см*, среднее квадратическое отклонение σ= 0,4 *см*. Найти вероятность того, что отклонение длины от стандартной составит по абсолютной величине не более 0,6 *см*.
13. Случайная погрешность измерения подчинена нормальному закону распределения с параметрами a= 0, σ= 9 *мм*. Проводятся три независимых измерения. Найти вероятность того, что погрешность хотя бы одного измерения не превосходит по абсолютной величине 3 *мм*.

Тема 8.

Рассматриваемые вопросы:

1. Сумма, разность, произведение случайных величин. Возведение в степень.
2. Функция случайной величины.

Практические задания:

Математические операции над случайными величинами.

1.Даны законы распределения двух независимых ДСВ:

X :

x_i	0	1	3
p_i	0,2	0,5	?

; Y :

y_i	2	3
p_i	0,4	?

. Составить закон распределения и вычислить числовые характеристики случайных величин: а) 3***X***-2***Y***; б) $\cos(\pi \boldsymbol{X})$; в) ***XY***.

2. Одна из независимых случайных величин задана законом распределения:

X:

x_i	-1	0	1
p_i	0,1	0,8	0,1

а другая имеет биномиальное распределение с параметрами *n=2, p=0,6*. Составить закон распределения разности и произведения этих величин. Определить числовые характеристики.

3. Случайные величины ***X*** и ***Y*** независимы и имеют один и тот же закон распределения:

значение	1	2	4
p_i	0,2	0,3	0,5

X,Y:

Составить закон распределения случайных величин: ***2X***; ***X+Y***; $\boldsymbol{X^2}$; ***XY***. Определить математическое ожидание.

4. Два стрелка сделали по два выстрела в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,7. Необходимо составить закон распределения общего числа попаданий найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Пусть ***X,Y, Z***– случайные величины: ***X*** – выручка фирмы, ***Y*** – ее затраты, ***Z=X-Y***– прибыль. Найти распределение прибыли ***Z***, если затраты и выручка независимы и заданы таблицами:

X :

x_i	3	4	5
p_i	0,5	0,3	?

; Y :

y_i	1	2
p_i	0,5	?

.

6. Сделано два высокорисковых вклада 100 тыс. руб. в компанию «А» и 150 тыс. руб. в компанию «В». Компания «А» обещает 50% годовых, но может «лопнуть» с вероятностью 0,2. Компания «В» обещает 40% годовых, но может лопнуть с вероятностью 0,15. Составить закон распределения случайной величины – общей суммы прибыли (убытка), полученной от двух компаний через год, и найти ее математическое ожидание.

7. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X:

x_i	-2	-1	0	1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,3	0,25	0,1	0,05

,

Найти закон распределения случайных величин: а) $\boldsymbol{Y=2X^2-3}$; б) $\boldsymbol{Z} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\boldsymbol{X}\right)$. Определить числовые характеристики.

8. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,3	0,4	0,2	0,1

,

Найти закон распределения случайной величины $\boldsymbol{Y} = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\boldsymbol{X}\right)$. Определить числовые характеристики.

9. Случайная величина распределена по закону Коши с плотностью вероятности $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \dfrac{1}{\pi\ 1+\boldsymbol{x}^2}$, $\boldsymbol{x} \in\ -\infty;\infty$. Найти плотность вероятности случайной величины $\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{\boldsymbol{X}}$. Определить $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{Y})$.

10. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0, & \boldsymbol{x} < 0 \\ 1-\boldsymbol{e}^{-x}, & \boldsymbol{x} \ge 0 \end{cases}$. Найти функцию плотности и математическое ожидание случайной величины $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{X}}$.

11. Непрерывная случайная величина равномерно распределена в интервале $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найти функцию плотности, математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\boldsymbol{Y} = \sin(\boldsymbol{X})$.

12. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0, & \boldsymbol{x} < 0 \\ \sqrt{\boldsymbol{x}}, & 0 \le \boldsymbol{x} \le 1 \\ 1, & \boldsymbol{x} > 1 \end{cases}$. Найти функцию плотности и математическое ожидание случайной величины $\boldsymbol{Y} = \ln\ \boldsymbol{X}$.

13. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0, & \boldsymbol{x} < 0 \\ \boldsymbol{x}^2, & 0 \le \boldsymbol{x} \le 1 \\ 1, & \boldsymbol{x} > 1 \end{cases}$. Найти функцию плотности и математическое ожидание случайной величины $\boldsymbol{Y} = \sqrt{\boldsymbol{X}}$.

14. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\boldsymbol{Y} = 2 - 3\sin\ \boldsymbol{X}$, если функция плотности случайной величины $\boldsymbol{X}$есть $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = 0,5\cos(\boldsymbol{x})$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$.

15. Известны числовые характеристики случайной величины $\boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X}) = -1$, $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}) = 4$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\boldsymbol{Y} = 2 - 3\boldsymbol{X}$.

Тема 9-10.

Рассматриваемые вопросы:

1. Многомерная случайная величина.
2. Условные законы распределения.
3. Ковариация, основные свойства.
4. Коэффициент корреляции, основные свойства.

Практические задания:

Многомерные случайные величины. Ковариация. Коэффициент корреляции.

1. Закон распределения двумерной случайной величины задан таблицей:

X \ Y	0	1	2	3
-1	0,01	0,05	0,09	0,00
0	0,04	0,20	0,16	0,10
1	0,05	0,10	0,15	0,05

Найти: а) законы распределения СВ **X**и **Y**; б) условный закон распределения СВ **X** при условии **Y=2**; в) условный закон распределения СВ **Y** при условии **X=1**;г) вероятность $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Y} > \boldsymbol{X})$; д) $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$ и коэффициент корреляции.

2. Дана таблица, определяющая закон распределения системы двух случайных величин $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$:

X \ Y	20	40	60
10	3λ	2λ	0
20	2λ	4λ	2λ
30	λ	2λ	5λ

Найти: а) коэффициент λ; б) законы распределения СВ **X**и **Y**; в) условный закон распределения СВ **X** при условии **Y=40**; г) условный закон распределения СВ **Y** при условии **X=30**;
д) вероятность $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Y} < \boldsymbol{X})$; е) $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$ и коэффициент корреляции.

3. Двумерная случайная величина определяется следующим образом. Если при подбрасывании игральной кости выпадает четное число очков, то **X=1**, в противном случае **X=0**; **Y=1**, когда число очков кратно трем, в противном случае **Y=0**. Найти: а) закон распределения двумерной случайной величины $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$; б) законы распределения СВ **X**и **Y**; в) условные законы распределения **X**и **Y**; г) $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$.

4. Две карты наудачу извлекаются из колоды в 10 листов (4 туза, 4 короля и 2 валета). Случайная величина **X** – число тузов в выборке, случайная величина **Y** – число королей в выборке. Построить совместный закон распределения **X**и **Y**, построить условные законы распределения **Y** при различных значениях **X**. Найти ковариацию $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$.

5. Пусть случайная величина **X** имеет ряд распределения

X	-1	0	1
P	0,25	0,5	0,25

Найти: а) закон распределения двумерной случайной величины $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$, где $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}^2$; б) $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X};\boldsymbol{Y})$.

6. Закон распределения системы двух дискретных случайных величин $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$ задан таблицей. Найти ковариацию системы и коэффициент корреляции. Сделать вывод о тесноте зависимости между случайными величинами **X** и **Y**.

Y \ X	1	2	4
0	0,1	0	0,1
2	0	0,3	0,3
5	0,2	0	0

7. Закон распределения системы двух дискретных случайных величин $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$ задан таблицей.

X \ Y	-1	0	1
-1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

1	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{16}$

Найти распределение вероятностей для суммы (**X+Y**) и вычислить $\operatorname{cov}(\boldsymbol{XY}, \boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y})$. Исследовать вопрос о зависимости случайных величин **X** и **Y**.

8. Совместный закон распределения пары $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$ задан таблицей.

Y / X	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,2
1	0,2	0,1	0,2

Найти распределение вероятностей случайной величины для разности (**X-Y**) и вычислить $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y})$. Исследовать вопрос о зависимости случайных величин **X** и **Y**.

9. Совместный закон распределения пары $\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}$ задан таблицей.

Y / X	-1	0	1
-1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

Найти распределение вероятностей случайной величины **(XY)** и вычислить $\operatorname{cov}(2\boldsymbol{X}-3\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{X}+2\boldsymbol{Y})$. Исследовать вопрос о зависимости случайных величин **X** и **Y**.

Ковариацией случайных величин X и Y называется число $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{M}\quad \boldsymbol{X}-\boldsymbol{MX}\quad \boldsymbol{Y}-\boldsymbol{MY}$.

Из определения ковариации вытекают следующие ее **свойства:**

1. Если X и Y - независимые случайные величины, то $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=0.$ Обратное неверно. Если $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=0.$, то случайные величины X и Y называются некоррелированными. Из некоррелированности не вытекает независимости.
2. $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=\operatorname{cov}(\boldsymbol{Y},\boldsymbol{X})$;
3. $\operatorname{cov}(\boldsymbol{CX},\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{C}\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$; $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{CY})=\boldsymbol{C}\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$;
4. $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{X}_2,\boldsymbol{Y})=\operatorname{cov}(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y})+\operatorname{cov}(\boldsymbol{X}_2,\boldsymbol{Y})$ и $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}_1+\boldsymbol{Y}_2)=\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}_1)+\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}_2)$
5. $\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})=\boldsymbol{DX}.$
6. $D(X_1+X_2)=DX_1+DX_2+2\operatorname{cov}(X_1,X_2)$.
7. cov(X,Y)=M(XY)-(MX)(MY).

Этими свойствами удобно пользоваться при вычислении ковариации от сложных выражений. Например:

$$\operatorname{cov}(2\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}^2, 3\boldsymbol{X}-4\boldsymbol{Y}) = 2\operatorname{cov}(\boldsymbol{X}, 3\boldsymbol{X}-4\boldsymbol{Y})+\operatorname{cov}(\boldsymbol{Y}^2, 3\boldsymbol{X}-4\boldsymbol{Y}) =$$
$$= 6\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X})-8\operatorname{cov}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})+3\operatorname{cov}(\boldsymbol{Y}^2,\boldsymbol{X})-4\operatorname{cov}(\boldsymbol{Y}^2,\boldsymbol{Y}).$$

Тема 11.

Рассматриваемые вопросы:

1. Закон больших чисел.
2. Неравенство Маркова.
3. Неравенство Чебышева.

Практические задания:

1. //**Лекция**// Среднее количество вызовов, поступающих на коммутатор завода в течение часа, равно 300. Оценить вероятность того, что в течение следующего часа число вызовов на коммутатор: а) превысит 400 $p \le 0,75$; б) будет не более 500 $p \ge 0,4$.

2. //**Лекция**// Сумма всех вкладов в отделение банка составляет 2млн.руб., а вероятность того, что случайно взятый вклад не превысит 10 000 рублей, равна 0,6. Что можно сказать о числе вкладчиков? $n \le 500$.

3. //**Лекция**// Средний расход воды в теплице составляет 1000л/день, а среднее квадратическое отклонение этой величины не превышает 200л. Оценить вероятность того, что расход воды на ферме в любой выбранный день не превзойдет 2000л, используя: а) неравенство Маркова $p \ge 0,5$; б) неравенство Чебышева $p \ge 0,96$.

4. //**Лекция**// Поставлена задача определения средней продолжительности горения электроламп. Сколько необходимо провести измерений, чтобы с вероятностью 0,95 гарантировать отклонение средней арифметической этих измерений от истинного значения величины не более, чем на 1 час, если среднее квадратическое отклонение каждого из измерений не превосходит 5 $n \ge 500$.

5. //**Лекция**// Вероятность выхода с автомата стандартной детали равна 0,96. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число бракованных среди 2000 деталей находится в границах от 60 до 100 $p \ge 0,808$.

6. Среднее изменение курса акции компании в течение одних биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более, чем на 3% $p \le 0,1$.

7. Отделение банка обслуживает в среднем 100 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня будет обслужено: а) не более 200 клиентов $p \ge 0,5$; б) более 150 $p \le 2/3$.

8. Электростанция обслуживает сеть на 1600 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0,9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп в сети вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 100 $p \ge 0,9856$.

9. Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 1000 клиентов от 70 до 80 востребуют свои акции $p \ge 0,264$.

10. Оценить вероятность того, что отклонение любой случайной величины от ее математического ожидания будет не более двух средних квадратических отклонений $p \geq 0,75$.

11. В течение некоторого времени эксплуатируется 500 приборов. Каждый прибор имеет надежность 0,98. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что доля надежных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 $p \geq 0,996$.

12. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74 $p \geq 0,9344$.

13. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона – безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей будет в пределах от 9% до 11% $p \geq 0,91$.

14. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый десятый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,1 не более чем на 0,01 $n \geq 9000$.

15. В целях контроля из партии в 100 ящиков взяли по одной детали из каждого ящика и измерили их длину. Требуется оценить вероятность того, что вычисленная по данным выборки средняя длина детали отличается от средней длины детали во всей партии не более чем на 0,3мм, если известно, что среднее квадратическое отклонение не превышает 0,8мм $p \geq 0,929$.

16. Сколько нужно произвести измерений, чтобы с вероятностью, равной 0,9973, утверждать, что погрешность средней арифметической результатов этих измерений не превысит 0,01, если измерение характеризуется средним квадратическим отклонением, равным 0,03 $n \geq 3333$.

17. Монету подбрасывают 1000 раз. Оценить снизу вероятность отклонения частоты появления «герба» от вероятности его появления меньше чем на 0,1.

18. В корзине 1000 белых и 2000 черных шаров. Извлекли с возвращением 300 шаров. Оценить снизу вероятность того, что число извлеченных при этом белых шаров оказалось в интервале (80; 120).

19. Игральную кость подбрасывают 10 000 раз. Оценить вероятность отклонения частоты появления шести очков от вероятности появления того же числа очков меньше, чем на 0,01.

Тема 12.

Рассматриваемые вопросы:

1. Полигон, гистограмма.
2. Статистические оценки.
3. Доверительный интервал.
4. Выборочные характеристики.

Практические задания:

1. В таблице приведены результаты исследования возраста у 100 случайно выбранных работников государственных предприятий.

Возраст, лет	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65
Число работников	6	24	35	24	11

Найти: 1) Построить гистограмму частот; 2) Несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии; 3) Моду и медиану выборки; 4) Коэффициент вариации; 5) Найти с доверительной вероятностью $\gamma = 0,99$ доверительный интервал среднего возраста работников госпредприятий в предположении, что возраст работников распределен нормально $t(n;\gamma) = 2,63$.

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	-1	0	1	2	3
n_i	2	4	5	3	1

Найти: 1) Построить полигон частот; 2) Несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии; 3) Радиус выборки, моду и медиану; 4) Коэффициент вариации.

3. Выборка из партии включает 100 электроламп. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч. Найти с доверительной вероятностью $\gamma = 0,95$ доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы применительно ко всей партии, если известно, что случайная величина, равная продолжительности горения лампы, распределена нормально, а дисперсия ее равна 1600 ч^2 ($t(n;\gamma) \approx 2$).

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	0	2	5	7	8
n_i	20	14	8	5	3

Найти: 1) Построить полигон частот; 2) Несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии; 3) Радиус выборки, моду и медиану; 4) Коэффициент вариации.

5. Для исследования доходов населения большой деревни было отобрано 100 дворов. Получен следующий интервальный ряд месячных доходов на человека.

Доход (тыс. руб.)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
Число жителей	6	10	24	32	15	8	5

Найти: 1) Построить гистограмму частот; 2) Несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии; 3) Моду и медиану выборки; 4) Коэффициент вариации; 5) Найти с доверительной вероятностью $\gamma = 0,95$ доверительный интервал среднего возраста работников госпредприятий в предположении, что возраст работников распределен нормально $t(n;\gamma) = 2$.

Тема 13.

Рассматриваемые вопросы:

1. Статистическая гипотеза.
2. Нулевая гипотеза.
3. Конкурирующая.
4. Критерий проверки гипотезы.
5. Критическая область.
6. Ошибка 1 рода. Ошибка 2 рода.
7. Уровень значимости критерия. Мощность критерия.

Практические задания:

1. Два университета (А и В)готовят специалистов аналогичных специальностей. Министерство образования решило проверить качество подготовки в обоих университетах, организовав для этого объемный тестовый экзамен для студентов пятого курса. Отобранные случайным образом студенты показали следующие суммы баллов:
   А: 41, 50, 35, 45, 53, 30, 57, 20, 50, 44, 36, 48, 55, 28, 40, 50.
   В: 40, 57, 52, 38, 25, 47, 52, 48, 55, 48, 53, 39, 46, 51, 45, 55, 43, 51, 55, 40.
   Можно ли утверждать при уровне значимости $\alpha = 0,05$, что один из университетов обеспечивает лучшую подготовку $t(n;\gamma) = 2,03$.

2. Расход (Х) бензина автомобилей некоторой фирмы имеет нормальный закон распределения с $M(x) = 7,5$л. и $\sigma(X) = 0,5$л. Выпустив новую модификацию автомобиля, фирма утверждает, что у него средний расход $M(Y)$ топлива снижен до 7 л. При том же значении σ. Выборки из 15 автомобилей каждой модели дали следующие средние расходы: $\bar{x} = 7,45; \bar{y} = 7,15$. Можно ли по этим данным доверять рекламе фирмы $t(n;\gamma) = 2,03$.

3. Два выпускных класса школы продемонстрировали следующие результаты ЕГЭ по математике

Баллы	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
Число учащихся класса X	2	6	9	5	3
Число учащихся класса Y	3	4	10	6	1

   Можно ли утверждать с уровнем значимости $\alpha = 0,05$, что один из классов продемонстрировал более высокий уровень подготовки $t(n;\gamma) = 1,98$.

4. Выпускной класс показал следующие результаты ЕГЭ по физике:

Баллы	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
Число учащихся класса X	2	6	10	6	2

   При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном законе распределения признака Х $\chi^2_{кр} = 6$.

5. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном законе распределения признака Х в генеральной совокупности, если известны частоты, полученные в результате изучения выборки, и теоретические частоты $\chi^2_{кр} = 6$:

n_i	6	10	24	12	8

n_i^T	5	12	26	12	5

6. В результате испытания 100 приборов на длительность работы получено эмпирическое распределение, приведенное в таблице. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что время работы приборов распределено по показательному закону.

Интервал времени, ч.	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8
Число приборов	60	31	8	1

7. Задано эмпирическое распределение НСВ Х в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот. Требуется, используя критерий Пирсона, проверить гипотезу о равномерном распределении СВ $\chi^2_{кр} = 6$.

Интервалы	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10
Частоты	22	19	16	23	20

Тема 14.

Рассматриваемые вопросы:

1. Две основные задачи корреляционного анализа.
2. Корреляционное поле (спецификация модели). Метод наименьших квадратов**.**
3. Система нормальных уравнений для отыскания параметров линейной регрессии (параметризация модели).
4. Оценка тесноты связи. Коэффициент линейной корреляции.
5. Проверка значимости уравнения регрессии в целом (верификация модели).
6. Построение прогнозного значения.
7. Нелинейная регрессия.
8. Множественная линейная регрессия.
9. Коэффициент детерминации.

Практические задания:

1. Экономист, изучая зависимость двух факторов, получил следующие выборочные статистические данные:

X	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
Y	-12	-10	-10	-8	-8	-6	-6	-4	-4	-2	-2	0	0	2	2	4	4	6	6	8

Полагая, что между признаками $\boldsymbol{Y}$и $\boldsymbol{X}$ имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = a + b \cdot x$ и выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона $r_в$. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями $\boldsymbol{Y}$и $\boldsymbol{X}$. Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака $\boldsymbol{Y}$ при $\boldsymbol{x} = 6$.

Решение: $y = 2x - 3; r = 0,985; Y(6) = 9$.

2. Экономист, изучая зависимость двух факторов, получил следующие выборочные статистические данные:

X	-3	-3	-2	-2	0	0	1	1	3	3
Y	17	15	14	12	6	8	3	5	-1	-3

Полагая, что между признаками ***Y*** и ***X*** имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = a + b \cdot x$ и выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона $r_в$. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями ***Y*** и ***X***. Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака ***Y*** при ***x*** = 2.

Решение: $y = -3x + 7; r = 0,988; Y(2) = 1$.

3. Экономист, изучая зависимость двух факторов, получил следующие выборочные статистические данные:

X	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Y	-12	-7	-6	-1	0	5	6	11

Полагая, что между признаками ***Y*** и ***X*** имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = a + b \cdot x$ и выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона $r_в$. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями ***Y*** и ***X***. Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака ***Y*** при ***x*** = 7.

Решение: $y = 3,1x - 5,14; r = 0,99; Y(7) = 16,52$.

4. Получено распределение заводов по основным фондам ***X***(*д.е.*) и по стоимости готовой продукции ***Y***(*д.е.*), помещённое в корреляционную таблицу. Предполагая, что между признаками ***X*** и ***Y*** существует линейная корреляционная зависимость определить выборочное уравнение регрессии $Y = a + bx$ и выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона $r_в$.

Таблица – 1

	X						
Y	10	20	30	40	50	60	n_y
15	5	7	-	-	-	-	12
25	-	20	23	-	-	-	43
35	-	-	30	47	2	-	79
45	-	-	10	11	20	6	47
55	-	-	-	9	7	3	19
n_x	5	27	63	67	29	9	*n* = 200

Таблица – 2

	X						
Y	10	15	20	25	30	35	n_y
30	2	6	0	0	0	0	8
40	0	4	4	0	0	0	8
50	0	0	7	35	8	0	50

60	0	0	2	10	8	0	20
70	0	0	0	5	6	3	14
n_x	2	10	13	50	22	3	$n = 100$

Решение: 1) $y = 0,72x + 10,11; r = 0,77$; 2) . $y = 14,41 + 1,55x; r = 0,75$.

5. Экономист, изучая зависимость двух факторов, получил следующие выборочные статистические данные:

X	-1	-1	0	0	1	1	2	2	3	3
Y	7	5	1	3	-1	1	-1	1	1	3

Полагая, что между признаками $\boldsymbol{Y}$и $\boldsymbol{X}$ имеет место квадратичная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = ax^2 + bx + c$ и выборочный коэффициент детерминации R^2. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о тесноте связи между показателями $\boldsymbol{Y}$и $\boldsymbol{X}$.

Решение: $y = x^2 - 3x + 2; R^2 = 0,75$.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Кодэтапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК – 3	Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.	ОПК-3.2.3	Построение теоретико-вероятностных моделей экономических явлений и процессов. Оценка качества модели. Прогноз. Контроль. Анализ возможных зависимостей между экономическими факторами.
		ОПК-3.3.1	Проведение статистических исследований в области профессиональной деятельности. Анализ и интерпретация полученных результатов, обоснование выводов.

Этап освоения компетенции	**Показатель оценивания**	**Критерий оценивания**
ОПК-3.2.3 Построение теоретико-вероятностных моделей экономических явлений и процессов. Оценка качества модели. Прогноз. Контроль. Анализ возможных зависимо-	Владеет основными понятиями комбинаторики; базовыми основами теории вероятностей и математической статистики.	Перечисляет основные определения и понятия теории вероятностей, основы методики применения вероятностных методов, содержание теоретико-вероятностного способа рассуждений, основные типы распределений вероятностей, используемых в статистическом анализе, прикладные аспекты предельных теорем теории вероятностей, в том числе применительно к тео-

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
стей между экономическими факторами.		рии оптимального оценивания и оптимальной проверки гипотез.
	Применяет стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач	Использует расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; использует элементы комбинаторики для вычисления вероятности событий. Свободно производит аналитические действия со случайными событиями и вероятностями их осуществления. Свободно производить аналитические действия со случайными величинами и их характеристиками, оперируетнаиболее употребимыми в практике статистических исследований законами распределений.
	Демонстрирует владение аналитическими приемами вероятностного анализа, методиками проведения расчетов, включая применение асимптотических методов, навыками проведения корреляционно регрессионного анализа при решении задач из экономической практики.	Использует: 1)законыраспределенияслучайныхвеличин ислучайныхвекторов, атакжепонятийнезависимостиипонятийусловныхраспределений; 2)предельныетеоремытеориивероятностей; 3)основныетипыслучайныхпроцессов 4)основныеметодыотысканияоценок,а такжеметодыпостроениядоверительныхинтервалов; 5)основныекритериипроверкистатистическихгипотез.
ОПК-3.3.1 Проведение статистических исследований в области профессиональной деятельности. Анализ и интерпретация полученных результатов, обоснование выводов.	Владеет теоретическими положениями математической статистики, основами методики применения статистических методов.	Решает задачи: 1) на нахождение классических и геометрических вероятностей в типичных моделях; 2) с использованием понятий условной вероятности и независимости событий; 3) на нахождение числовхе характеристик случайных величин и векторов; 4) на нахождение основных характеристик случайных процессов и строиь конечномерные распределения.
	Обосновывает аналитические результаты выборочного анализа в терминах качественного поведения случайных величин, статистических критериев и статистических оценок, рассчитывать численные значения теоретически обоснованных про-	Решает задачи: 1) на нахождение выборочных характеристик, эмпирической функции распределения; гистограммы и полигона частот; 2) на построение доверительныхинтервалов для параметров основных распределений. Применяет основные критерии при проверке статистических гипотез.

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
	цедур.	
	Демонстрирует владение аналитическими приемами статистического анализа, основами математико-статистического инструментария экономических исследований.	Строит вероятностные модели; применение методовстатистическойобработкиданных. Демонстрирует владение методамипостроениятеоретиковероятностныхи статистическихмоделейслучайныхпроцессов.

4.3.2 Типовые оценочные средства

Полный комплект оценочных материалов для промежуточной аттестации представлен в Приложении 1 РПД.

Шкала оценивания

При оценивании результатов аттестации используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Оценка обучающегося при тестировании во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$Б = \frac{В}{О} \times 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

Оценка обучающегося во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно».

Для дисциплин, формой итогового отчета которых является зачет, приняты следующие соответствия: 60% – 100% – «зачтено»; менее 60% – «не зачтено».

4.4. Методические материалы

«Процедура оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, осуществляются в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в ФГБОУ ВО РАНХиГС и Регламентом о балльно-рейтинговой системе в Волгоградском институте управления - филиале РАНХиГС».

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

5.1. Рекомендации по планированию времени, необходимого на изучение дисциплины

Планирование времени, отводимого на изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», является важным этапом организации учебной и самостоятельной работы каждого студента, поскольку от равномерности распределения учебной нагрузки будут, в конечном итоге, зависеть результаты его итоговой аттестации. Активизация учебной деятельности лишь в период сессии, при отсутствии текущей деятельности в течение учебного семестра, увеличивает нагрузку на студента в несколько раз. Объём изучаемого материала, рассчитанный на весь семестр, труднее освоить за короткий промежуток времени, что, безусловно, снижает качество полученных знаний.

Основные рекомендации по организации учебной деятельности студента в течение семестра и в период сессии можно обозначить следующим образом:

1. Каждому студенту необходимо стремиться к равномерному распределению времени при изучении тем дисциплины.
2. В процессе обучения студент не должен ограничиваться лишь посещением лекционных и семинарских занятий. На лекциях следует активно воспринимать предлагаемую лектором

информацию, участвуя в дискуссиях, задавая вопросы лектору, особенно в случае, если новый материал достаточно сложен для понимания. Посещение семинаров является отличной возможностью для студента продемонстрировать свои знания и повысить, тем самым, свой рейтинг по данной дисциплине. Поэтому важно помнить, что занятия по дисциплине нужно не только посещать, но и использовать весь потенциал имеющихся возможностей с целью получения знаний, обладания навыками исследователя, упрощения итоговой аттестации по дисциплине.

3. Для полноценного изучения дисциплины следует выделить не менее двух дней в неделю, помимо аудиторных занятий, для самостоятельной работы по освоению тематики данного курса.

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	20
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	60
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

5.2. Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы и задачи, которые наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;

- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

В процессе семинарских занятий по дисциплине студент должен активно воспринимать, осмысливать и углублять полученную информацию, решать практические задачи, овладевать профессионально необходимыми умениями.Практическое и лабораторное занятие – особая, специфичная для вуза форма учебной работы. Целью семинарского занятия является углубление и конкретизация знаний и развитие навыков самостоятельного анализа вопросов по наиболее важным и сложным темам учебных курсов. На занятии преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой студента в течение семестра. Его результаты фиксируются в учебных журналах, а затем в конце семестра являются основанием для получения зачета.

5.3. Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен.

Изучение методических материалов ставит своей целью оказание помощи студентам экономических специальностей академии в организации их самостоятельной работы по овладению системой знаний, умений и навыков по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» в объеме действующей программы. Эта работа требует не только большого упорства, но и умения, без которого затрата сил и времени не дает должного эффекта. Читать, понимать прочитанное и применять его практически – вот в чем суть умения работать с методическими пособиями.

Особое внимание необходимо уделить практикуму. Решение задач является лучшим способом творческого проникновения в математическую истину. Чтобы научиться решать задачи того или иного типа, рекомендуется сначала изучить план решения в общем виде (алгоритм), затем рассмотреть пример реализации плана в конкретном случае, решив при этом не менее 3 – 5 задач из числа предлагаемых для самостоятельного решения. Важной позицией является также то, что основным навыком профессионала является умение самостоятельно работать с литературой в процессе решения конкретной проблемы.

Конечно, общих рецептов для решения разнообразных задач не существует, однако рекомендуем придерживаться следующих советов:

- Внимательно изучите цель, поставленную в задаче; выявите, какие теоретические положения связаны с данной задачей в целом или некоторыми ее элементами.
- Не следует приступать к решению, не обдумав условия и не найдя плана решения.
- Попробуйте выделить в данной задаче серию вспомогательных задач, последовательное решение которых может привести к успеху.
- Определив алгоритм решения, реализуйте его, произведите проверку полученного результата и его анализ.
- Очень успешным бывает применение функционально-графического метода.
- Если решить задачу не удается, обязательно обратитесь к преподавателю за консультацией.

5.4. Рекомендации по работе с литературой

Очень важную роль играет выбор учебной литературы и методических пособий. Желательно придерживаться этих учебников при изучении всего курса, так как замена может привести к утрате логической связи между отдельными темами.

В последние годы среди студентов экономических специальностей особой популярностью пользуется следующая литература:

1. Кремер Н.Ш.Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. и практикум для академ. бакалавриата. – М.: Юрайт, 2016.
2. Ковалев Е. А.Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры, [Электронный ресурс]:http://www.biblio-online.ru/viewer/F5737AA6-84AD-4748-8C69-919B99F324B8.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после понимания предыдущего, выполняя все необходимые вычисления. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные для получения консультации преподавателя.

5.5. Советы по подготовке к экзамену (зачету), контрольной работе

Фундамент математических знаний закладывается на лекционных и семинарских занятиях, а также при подготовке к ним. Буквально с первого сентября необходимо выработать серьезное отношение к конспекту по теории вероятностей и математической статистике. Он должен в полном объеме содержать определения, теоремы и выводы основных формул курса. Записи должны быть аккуратными. Не нужно забывать, что они делаются для того, чтобы впоследствии с ними работать. Все теоремы и факты нужно понять, а поняв, уметь их самостоятельно доказывать. Прочитав доказательство какой-то теоремы, воспроизвести это доказательство на бумаге без конспекта или учебника.

Помните, что умение решать задачи является следствием глубоко понятого соответствующего теоретического материала. Учебник нужно не просто читать, а изучать; основой запоминания является понимание, знание забывается – понимание никогда; повторение – важнейшее средство, предотвращающее забывание; необходимо выработать привычку систематической самостоятельной работы, «натаскивание» к экзамену или зачету дает слабый и поверхностный результат.

Для успешной сдачи зачета и экзамена студент должен знать наизусть достаточно солидный объем теорем, формул, алгоритмов, моделей. Не откладывая процесс заучивания на последние три дня перед экзаменом, подготовка должна вестись с первых лекций. Будет очень хорошо, если вы заведете себе личный справочник и будете его регулярно изучать, пополняя новым материалом.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

6.1. Основная литература.

1. Кремер Н.Ш.Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. и практикум для академ. бакалавриата. – М.: Юрайт, 2016.
2. Фадеева Л.Н. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2006.
3. Фадеева Л.Н., Жукова Ю.В., Лебедев А.В. Математика для экономистов: Теория вероятностей и математическая статистика. Задачи и упражнения. – М.: Эксмо, 2007.
4. Мхитарян В.С.Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие.– Электрон. текстовые данные / М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013,режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17047.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

5. Ковалев Е. А.Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры, [Электронный ресурс]:http://www.biblio-online.ru/viewer/F5737AA6-84AD-4748-8C69-919B99F324B8.

6.2. Дополнительная литература.

1. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник- Электрон. текстовые данные М.: Дашков и К, 2014, режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/4444.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Шведов А. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов- М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2002.

Справочники

1. Справочник по математике для экономистов / Под.ред. В.И. Ермакова. -М.: Высшая школа, 1987.
2. Лопатников А.И. Краткий экономико-математический словарь. -М.: Наука, 1987.
3. Воднев В.Г., Наумович А.Ф. Математический словарь высшей школы. -М.:Издание МПИ, 1988.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий, выполнение которых предполагает тщательное изучение учебно – методической литературы, предлагаемой в п.6 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины». Задания предоставляются на проверку на бумажном носителе. Предложенные задания оформляются в печатном виде (возможен рукописный вариант), форме аналитических таблиц и графических схем.

Практические задания с ответами и примеры решения задач к семинарам по всем темам курса приведены в пособиях:

- Кремер Н.Ш.Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. и практикум для академ. бакалавриата. – М.: Юрайт, 2016.
- Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. ч. 1-2. – М.: Высшая школа, 2006.

С тестовыми материалами по дисциплине для данной специальности можно ознакомиться по адресу http://i-exam.ru.

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы, справочные системы.

1. Образовательный математический сайт - http://old.exponenta.ru/educat/links/l_school.asp.
2. Сайт НИИ мониторинга качества образования i-exam.ru.
3. Электронный учебный центр «Резольвента» http://www.resolventa.ru/.
4. Образовательный математический сайтwww.matburo.ru.
5. **Математический сайт** http://www.math.ru/ - на сайте представлены книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, истории из жизни математиков, официальные документы Министерства образования и науки, необходимые в работе.
6. **Софт@Mail** http://soft.mail.ru/subcat_list.php?ps=0&cat=179&lic=3&osid=0 – на сайте представлена рубрика «Электронные издания», где Вы сможете ознакомиться с электронными учебниками, энциклопедиями, справочниками. Часть электронных ресурсов можно скачать на сайте как платно, так и бесплатно.
7. **Естественно-научный портал** http://en.edu.ru/ - это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.
8. **Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова**http://lib.mexmat.ru/helpdesk.php - в электронной библиотеке мехмата МГУ содержится несколько тысяч книг по математике, физике, компьютерным и другим наукам. Библиотека регулярно пополняется.
9. **Образцы решения задач по высшей математике** http://reshebnik.ru/solutions/.
10. **Высшая математика** http://mathelp.spb.ru - сайт содержит лекции, учебники on-line, web-сервисы по высшей математике в помощь студентам.
11. Гмурман В.Е. РУКОВОДСТВО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ 11-е изд., пер. и доп. Учебное пособие для прикладного бакалавриата , -М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника), http://www.biblio-online.ru/thematic/?5&id=urait.content.795BB6C2-D2F6-4B7C-B7A4-5CD1002EAE4C&type=c_pub;
12. Калинина В.Н. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 2-е изд., пер. и доп. Учебник для академического бакалавриата,-М.: Юрайт, 2015 (Электронная версия учебника) http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.356F1698-E1E1-41E7-84B8-653045387D71&type=c_pub;

13. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами,-М.: Лань, 2005 (Электронная версия учебника) https://e.lanbook.com.ezproxy.ranepa.ru:2443/book/2198#authors.

7. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- Лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- Помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.
- Дисциплина поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами: Microsoft Windows 7 Prof, Microsoft Office 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- Программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- Текстовые редакторы (MS WORD), MS ECXEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихсявключают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks»,«Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

8. Приложение 1. (ФОС)

Фонды оценочных средств промежуточной аттестацииипо дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Варианты контрольных работ (примерные задания)

Контрольная работа №1

Задача 1. Вероятность изготовления не бракованного пластмассового ведра на станке равна 0,9. Сделано три ведра. Найти вероятность того, что: а) все вёдра не бракованные; б) два ведра не бракованные; в) хотя бы одно ведро не бракованное.

Задача 2. Два контролёра производят оценку качества выпускаемых изделий. Вероятность того, что очередное изделие попадёт к первому контролёру, равна 0,55, ко второму - 0,45. Первый контролёр выявляет имеющийся дефект с вероятностью 0,8, а второй - с вероятностью 0,9. Вычислить вероятность того, что изделие с дефектом будет признано годным к эксплуатации.

Задача 3.Мастер и ученик выпускают однотипные изделия, причём производительность мастера в два раза выше производительности ученика. Изделия без маркировки поступают для упаковки. Найти вероятность того, что среди 450 изделий, случайно взятых из упаковочного контейнера, окажутся изготовленными мастером: а) 300; б) не менее 275 изделий.

Задача 4.Из колоды в 36 карт извлекаются две. Найти вероятность того, что ими окажутся два туза.

Контрольная работа №2

1. В коробке лежат 10 деталей, причем 4 окрашены. Извлекаются 3 детали. Найти вероятность, что: а) две из них окрашены; б) хотя бы одна окрашена.
2. Стрельба производится по пяти мишеням типа А, трем – типа В, двум – типа С. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0,4; типа В – 0,1; типа С – 0,15. Найти вероятность попадания в мишень при одном выстреле.
3. В лотерее 5 билетов, два из которых призовых и три без выигрыша. Приобретается два билета. Составить закон распределения случайной величины X – число призовых билетов среди двух купленных. Найти F(x) (построить график); M(x); D(x); σ(x); P(x>0).
4. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:
5. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ a(2x-1), & 1<x\le 2 \\ 0, & x>2. \end{cases}$, Найти: 1) $a, M(x), D(x), \sigma(x)$; 2) $F(x),\ f(x)$-графики; 3) $P(X>1{,}5)$.

Контрольная работа №3

1. Из урны, содержащей три белых и пять черных шаров, наугад извлекают три шара. Пусть X – число вынутых черных шаров. Построить закон распределения случайной величины X и найти ее математическое ожидание.
2. Случайная величина распределена нормально с $M(X) = 10$, $D(X) = 4$. Найти вероятность того, что хотя бы в одном из двух испытаний она примет значение больше 12.

3. Сколько надо произвести измерений данной величины, чтобы с вероятностью не менее 0,95 гарантировать отклонение средней арифметической этих измерений от истинного значения величины не более чем на 1, если среднее квадратическое отклонение не превосходит 3.

4. Случайная величина X задана плотностью вероятности. Найти $M(X)$, $D(X)$ случайной величины и $P\left(X > \frac{1}{2}\right)$.

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{6}{11}(x^2 + x + 1), & 0 < x \le 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

<u>Контрольная работа №4</u>

1. Проведя учет числа юридических фирм в 15 городах области, получен следующий ряд данных: 3, 6, 4, 7, 8, 5, 7, 7, 8, 4, 9, 5, 6, 7, 7. Запишите в виде вариационного ряда данную выборку. Для полученного ряда чисел найдите выборочное среднее, выборочную дисперсию, размах, моду, медиану. Составьте статистический ряд частот, постройте полигон частот, эмпирическую функцию распределения.

2. Время выполнения упражнения (с):

I	8–9	9–10	10–11	11–12	12–13	13–14	14–15
n_i	4	8	11	7	5	5	10

Вычислить выборочное среднее, выборочную дисперсию, построить гистограмму частот.

3. Составить интервальный статистический ряд, проведя группировку выборки с длиной интервала равной 1. Построить гистограмму частот.

Время реакции (с):

8,5	7,1	6,7	6,2	2,9	4,4	6,0	5,8	5,4
8,2	6,9	6,5	6,1	3,8	6,0	6,0	5,6	5,3
7,7	6,8	6,5	6,1	4,2	4,7	5,6	5,4	5,3
7,4	6,7	6,4	6,1	4,5	6,0	5,8	5,6	5,1

<u>Контрольная работа №5</u>

1. Автомат фасует сахар в пакеты. Проведена случайная выборка объемом n пакетов. Средний вес пакета сахара в выборке $\overline{x}$кг, выборочное стандартное отклонение s кг. Найти доверительный интервал для среднего веса пакета сахара в генеральной совокупности с доверительной вероятностью p в случае:

а) стандартное отклонение автомата σ кг;

б) стандартное отклонение автомата неизвестно.

Определить необходимый объем выборки для достижения ширины доверительного интервала $\pm\Delta$. Проверить гипотезу о равенстве средней 1 кг.

2. Проведена выборка объемом n_1деталей. r_1из них оказались бракованными. Найти доверительный интервал доли бракованных изделий в генеральной совокупности для доверительной вероятности p. Определить необходимый объем выборки для достижения ширины доверительного интервала $\pm\Delta$. В повторной выборке объема $n_2 r_2$ деталей оказались бракованными. Понизилась ли доля брака?

3. Для производства каждой из n_1 деталей по первой технологии было затрачено в среднем $\overline{x}_1$ с (выборочная дисперсия s_1^2 с^2). Для производства каждой из n_2 деталей по второй технологии было затрачено в среднем $\overline{x}_2$ с(выборочная дисперсия s_2^2 с^2). Можно ли сделать вывод, что по первой технологии требуется в среднем больше времени для производства одной детали? Доверительная вероятность равна p.

4. Проводились испытания нового лекарства. В эксперименте участвовали n_1 мужчин и n_2 женщин. У m_1мужчин и m_2 женщин наблюдались побочные эффекты. Можно ли утверждать, что побочные эффекты от нового лекарства у женщин возникают чаще, чем у мужчин? Доверительная вероятность равна p.

Контрольная работа №6

1. Экономист, изучая зависимость выработки Y(тыс. руб.) на одного работника торговли от величины товарооборота X (тыс. руб.) магазина за определенный период, получил данные по n = 15 магазинам одинакового профиля:

X	150	38	85	28	146	34	95	50	134	120	74	140	110	60	86
Y	7,2	5,8	7,5	4,4	8,4	4,5	7,0	5,0	6,4	8,0	6,0	7,8	6,2	5,8	6,0

Полагая, что между признаками Y и X имеет место линейная корреляционная связь, определите выборочное уравнение регрессии $y = a + bx$. Постройте диаграмму рассеивания и линию регрессии. Используя полученное уравнение регрессии, оцените ожидаемое значение признака Y при x^*= 90 тыс. руб. Вычислите коэффициент линейной корреляции r. Сделайте выводы о направлении и тесноте связи между показателями Y и X.

2. По результатам наблюдений найти оценки параметров уравнения линейной регрессии $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$. Является ли модель статистически значимой? Все ли коэффициенты статистически значимы?

3. Два человека дегустируют 10 сортов кофе. Каждый из них расположил эти сорта в порядке убывания предпочтения. Есть ли какая-нибудь связь между этими результатами? Доверительная вероятность равна p.

Дегустатор 1	8	10	1	2	6	3	4	5	9	7
Дегустатор 2	9	8	1	10	2	6	7	4	3	5

Вопросы к зачету:

1. Основные формулы комбинаторики.
2. Предмет и основные понятия теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности.
3. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей независимых событий.
4. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей зависимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из независимых в совокупности событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события в серии из n независимых испытаний.
7. Асимптотические формулы Муавра – Лапласа и Пуассона.
8. Случайные величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
9. Интегральная функция распределения вероятностей случайной величины. Основные свойства.
10. Плотность распределения вероятностей. Основные свойства.
11. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
12. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
13. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины.
14. Геометрический закон распределения дискретной случайной величины.
15. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины.
16. Показательное распределение.
17. Нормальный закон распределения.

Вопросы к экзамену

1. Случайные величины. Дискретная и непрерывная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
2. Интегральная функция распределения вероятностей случайной величины. Основные свойства.
3. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные свойства.
4. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
5. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
6. Свойства математического ожидания и дисперсии.
7. Биномиальный закон распределения.
8. Равномерный закон распределения.

9. Показательный закон распределения.
10. Нормальный закон распределения.
11. Математические операции над ДСВ.
12. Функция случайной величины.
13. Многомерная ДСВ. Закон распределения.
14. Условные законы распределения.
15. Ковариация. Коэффициент корреляции.
16. Закон больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева.
17. Предмет математической статистики. Основные задачи, решаемые математической статистикой.
18. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
19. Основные выборочные характеристики: выборочные средняя, дисперсия, стандартное отклонение, мода, медиана.
20. Точечные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности. Характеристики оценок. Доверительный интервал.
21. Понятие статистической гипотезы.
22. Схема проверки.
23. Ошибка 1-рода. Ошибка 2-го рода.
24. Понятие корреляционной зависимости. Основные задачи теории корреляции.
25. Метод наименьших квадратов. Выборочное уравнение прямой линии среднеквадратической регрессии. Выборочный коэффициент линейной корреляции. Основные свойства коэффициента корреляции.

Промежуточное и итоговое тестирование по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Банк тестовых заданий

1. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет ***не более пяти очков***, равна…

1) $\frac{1}{6}$	2) $\frac{2}{3}$	3) $\frac{5}{6}$	4) 1

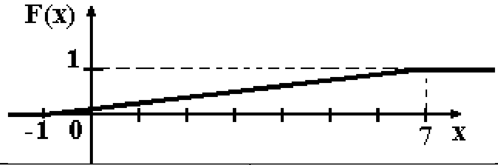
2. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	3
p	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $Y=3X$ равно…

1) 5,7	2) 6	3) 5,1	4) 4,7

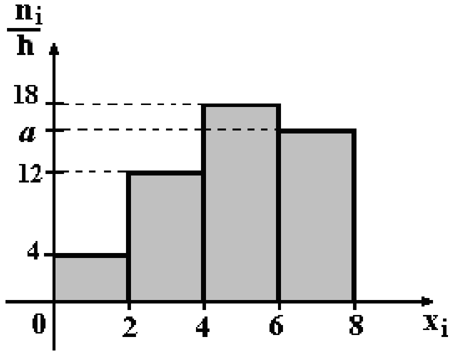
3. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины ***X*** имеет вид:



Тогда математическое ожидание ***X*** равно…

1) 7	2) 8	3) 4	4) 3

4. По выборке объема n=100 построена гистограмма частот:



Тогда значение ***a*** равно…

1) 16	2) 66	3) 15	4) 17

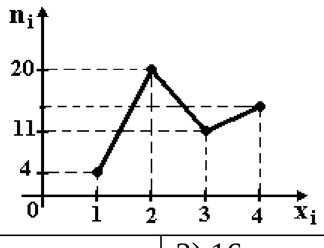
5. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 11, 14, 14. Тогда несмещенная оценка дисперсии измерений равна…

1) 13	2) 2	3) 6	4) 3

6. При построении уравнения парной регрессии $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ были получены следующие результаты: $r_B = 0{,}5, \quad \sigma_x = 2{,}5, \quad \sigma_y = 1{,}2$. Тогда коэффициент регрессии *β* равен…

1) 0,3	2) 1,2	3) 0,6	4) 0,24

7. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема *n* = 50, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант x_i = 4 в выборке равно

1) 50	2) 16	3) 14	4) 15

8. Мода вариационного ряда 1, 2, 3, 4, 4, 5равна

1) 19	2) 3,5	3) 4	4) 6

9. Педагогический стаж восьми учителей школы следующий: 5, 8, 10, 12, 12, 14, 18, 9 лет. Тогда среднее этой выборки равно

1) 12,5	2) 11,5	3) 11	4) 12

10. Дано статистическое распределение выборки. Размах данной выборки равен

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	3	1	2	3	4	2

1) 8	2) 6	3) 15	4) 7

11. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 8, 8. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна

1) 5,25	2) 5,5	3) 5	4) 6

12. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 12. Тогда его интервальная оценка может иметь вид

1) (12; 12,5)	2) (11,5; 11,9)	3) (11,5; 12,5)	4) (11; 12,5)

13. Коэффициент корреляции r не может принимать значение

1) –0,345	2) 1,237	3) 0,876	4) 0

14. Примерами уравнений регрессии, нелинейных относительно объясняющих переменных, но линейных по оцениваемым параметрам, являются (несколько вариантов ответа):

1) $y = ab^x\varepsilon$ 2) $y = a + b/x + \varepsilon$ 3) $y = ax^b\varepsilon$ 4) $y = a + bx + cx^2 + \varepsilon$

15. Если объем генеральной совокупности равен 10, а 6 – объем выборки, то общее число различных бесповторных выборок равно…

16. Если α_0 – точное значение параметра генеральной совокупности, α – точечная оценка этого параметра, то требование несмещенности оценки математически записывается в виде…

1) $D\alpha \to \min$	2) $\alpha \approx \alpha_0$	3) $M\ \alpha\ = \alpha_0$	4) $\alpha \to \alpha_0$ при $n \to \infty$

17. Исправленная выборочная статистическая дисперсия определяется по формуле…

1) $s^2 = \dfrac{\sigma^2}{n-1}$	2) $s^2 = \dfrac{n \cdot \sigma^2}{n-1}$	3) $s^2 = \dfrac{\sigma^2}{n}$	4) $s^2 = \dfrac{(n-1) \cdot \sigma^2}{n}$

18. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 40$, ряд распределения которой имеет вид:

x_i	1	2	3	4
n_i	5	16	8	X

Найти X.

19. Найти моду вариационного ряда 4; 5; 7; 7; 8; 9.

20. Статистическое распределение выборки имеет вид:

x_i	-2	2	3	4
n_i	6	4	3	7

Найти относительную частоту варианты $x_2 = 2$.

21. Проанализирована статистика продажи 100 пар мужской обуви относительно размеров. В результате получена следующая функция распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 41\\ 0{,}05; & 41<x\le 42\\ 0{,}3; & 42<x\le 43\\ 0{,}65; & 43<x\le 44\\ 0{,}85; & 44<x\le 45\\ 1; & x>45\end{cases}$$

Сколько было продано обуви 41 – го размера.

22. В результате 10 измерений некоторой величины получены следующие результаты: 92; 94; 100; 102; 104; 104; 105; 107; 110; 112. Оценить среднее значение.

23. Статистическое распределение выборки имеет вид:

x_i	2	5	6	10
n_i	5	8	5	2

Найти выборочную дисперсию.

24. Для выборки объема $n=12$ вычисленная выборочная дисперсия $D=132$. Найти исправленную дисперсию.

25. Случайная величина X распределена по показательному закону. По результатам наблюдаемых значений: 17; 9; 30; 7; 35; 23; 14; 25 оценить параметр распределения λ.

26. Дана выборка. $D=128$. Чему окажется равной дисперсия, если каждое значение признака уменьшить в 8 раз.

27. Дана выборка. $D=10$. Чему окажется равной дисперсия, если каждое значение признака уменьшить на 10 единиц.

28. Дана выборка. $\bar{x}_B=20$. Чему окажется равной выборочное среднее, если каждое значение признака уменьшить на 15 единиц.

29. Дана выборка. $\bar{x}_B=100$. Чему окажется равной выборочное среднее, если каждое значение признака уменьшить в 4 раза.

30. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 13. Тогда его интервальная оценка может иметь вид…

1) $(11{,}8;12{,}8)$	2) $(13;14{,}6)$	3) $(11{,}6;13)$	4) $(11{,}8;14{,}2)$

31. Вероятностью ошибки первого рода при проверке статистических гипотез называется…

1) мощность критерия;	2) степень свободы;	3) уровень значимости;	4) статистика критерия.

32. Вероятностью недопущения ошибки второго рода при проверке статистических гипотез называется…

1) мощность критерия;	2) степень свободы;	3) уровень значимости;	4) статистика критерия.

33. Вероятностью недопущения ошибки первого рода при проверке статистических гипотез называется…

1) мощность критерия;	2) степень свободы;	3) уровень значимости;	4) статистика критерия.

34. Уровень доверия критерия 0,9. Какова вероятность попадания значения теста в правостороннюю критическую область.

35. Вероятность принять неверную нулевую гипотезу равна 0,01. Чему равна мощность критерия.

36. Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y=-0,8+1,2x$; $\sigma_x=0,28;\ \sigma_y=0,56$. Найти коэффициент корреляции.

37. Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y=1,8-x$. Каким может быть коэффициент корреляции.

1) -0,9;	2) 0,9;	3) 1,8;	4) -1,8.

38. Найти медиану статистического ряда

x_i	-3	-1	0	2
n_i	1	2	2	1

.

39. Найти функцию плотности равномерно распределенного признака, если $\sigma=\sqrt{3}$.

40. Найти правую границу интервала значений равномерно распределенного признака, если $\overline{x}_в=-1;\ \sigma=\sqrt{3}$.

41. Найти длину интервала значений равномерно распределенного признака, если $\sigma=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$.

42. Сколько прямых можно провести через 8 точек, никакие 3 из которых НЕ ЛЕЖАТ на одной прямой?

1) $\dfrac{8!}{2!}$ 2) $\dfrac{8!}{3!5!}$ 3) $\dfrac{8!}{2!6!}$ 4) $\dfrac{8!}{5!}$ 5) $\dfrac{8!}{3!}$

43. В урне 4 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимают сразу 2 шара. Вероятность того, что шары разного цвета, равна...

1) 8/15 2) 1 3) 3/5 4) 1/24 5) 2/3

44. В магазин поступает продукция трех фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй - 45% и третьей - 35% изделий. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй - 2%, и для третьей - 4%. Вероятность того, что оказавшееся нестандартным изделие произведено на ТРЕТЬЕЙ фабрике равно...

1) 9/236 2) 14/29 3) 1/25 4) 1/3 5) 3/118

45. Если случайная величина X задана плотностью распре-

деления $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$, то $D(2x+1)$=

1) 8 2) 15 3) 16 4) 3 5) 2

46. После 6 заездов автомобиля на определенной трассе были получены следующие значения его максимальной скорости (в м/сек): 27; 38; 30; 37; 35; 31. Значение несмещенной оценки математического ожидания максимальной скорости автомобиля равно...

1) 30 2) 33 3) 31 4) 38 5) 37

47. Интересуясь размером проданной в магазине мужской обуви, мы получили данные по 100 проданным парам обуви:

Размер обуви	337	338	339	440	441	442	443
Число проданных пар	22	38	112	225	228	117	88

Мода распределения по размеру проданной обуви равна...

1) 42 2) 40 3) 41 4) 39 5) 37

48. В пространстве даны 7 точек, причем никакие 4 из них НЕ ЛЕЖАТ в одной плоскости. Сколько различных плоскостей можно провести через эти 7 точек?

1) $\frac{7!}{3!4!}$ 2) 4! 3) 3! 4) $\frac{7!}{3!1!}$ 5) $\frac{7!}{4!1!}$

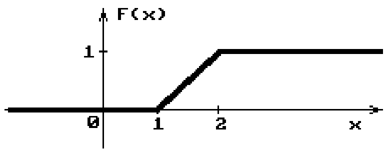
49. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что появится <u>*не менее*</u> 5 очков, равна...

1) 1/6 2) 1 3) 1/2 4) 2/3 5) 1/3

50. С первого автомата на сборку поступает 20%, со второго - 30%, с третьего - 50% деталей. Первый автомат дает в среднем 0,2% брака, второй - 0,3%, третий - 0,1%. Вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на ВТОРОМ автомате равна...

1) 5/9 2) 1/2 3) 2/3 4) 4/9 5) 7/9

51. Если график функции распределения случайной величины X имеет вид:



то $M(X)$ = ...

1) 3/4 2) 1/4 3) 3/2 4) 2/3 5) 1/2

52. В результате пяти измерений длины стержня одним прибором (без математических погрешностей) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Несмещенная оценка длины стержня равна...

1) 106 2) 105 3) 94 4) 103 5) 100

Тесты оцениваются по 100 балльной шкале. Все задания равноценны.