

Примерное содержание курса «Математика»

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени:

Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Свойства степени с действительным показателем.

1.2. Основы тригонометрии:

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

1.3. Логарифмы:

Логарифм числа. Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

1.4. Преобразования выражений:

Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа.

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения:

Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

2.2. Неравенства

Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

3. Функции

3.1. Определение и график функции:

Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат

3.2. Элементарное исследование функций

Монотонность функций. Промежутки возрастания и убывания. Четность и нечетность функций. Периодичность функций. Ограниченность функций. Точки экстремума

(локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

3.3. Основные элементарные функции:

Линейная функция, ее график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график. Квадратичная функция, ее график. Степенная функция с натуральным показателем, ее график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, ее график. Логарифмическая функция, ее график.

4. Начала математического анализа

4.1. Производная:

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл

4.2. Исследование функций:

Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических задачах.

4.3. Первообразная и интеграл:

Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

5. Геометрия

5.1. Планиметрия:

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве:

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

5.3. Многогранники:

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

5.4. Тела и поверхности вращения:

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения.

5.5. Измерение геометрических величин:

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными прямыми,

параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

5.6. Координаты и векторы:

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве.

Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики:

Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

6.2. Элементы статистики:

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных

6.3. Элементы теории вероятностей:

Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Требования к уровню подготовки слушателей

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования

- Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
- Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
- Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

2. Уметь решать уравнения и неравенства

- Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
- Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
- Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

3. Уметь выполнять действия с функциями

- Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; строить графики изученных функций
- Вычислять производные и первообразные элементарных функций
- Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
- Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
- Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

- Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах
- Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
- Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения